

ANEXO 2 LA LÓGICA FORMAL

NOCIONES DE LÓGICA FORMAL.

La **lógica proposicional** o **lógica de enunciados** estudia la **validez formal** de las relaciones entre las proposiciones sin atender a su contenido. Se distinguen dos tipos de proposiciones (oraciones enunciativas que pueden ser verdaderas o falsas): las **proposiciones simples o atómicas**, oraciones simples enunciativas afirmativas que constituyen una fórmula atómica (“Hoy es jueves”), y las **proposiciones compuestas o moleculares** que poseen algún término de enlace, para unir dos fórmulas atómicas o negar una fórmula atómica.

Se utilizan una serie de símbolos para **traducir del lenguaje ordinario al lenguaje lógico-formal**. Las **variables proposicionales** son letras que se utilizan para simbolizar las proposiciones simples: “p”, “q”, “r”, “s”, etc. Los **conectores** son símbolos utilizados para transcribir los términos de enlace: el **negador** “¬” que se lee “no” o “no es el caso que”, el **conjuntor** “∧” que se lee “y”, el **disyuntor** “∨” que se lee “o... o, o ambos”, el **condicional** “→” que se lee “si... entonces”, y el **bicondicional** “↔” que se lee “si y sólo si”. Los **símbolos auxiliares**, sirven agrupar los componentes de una fórmula e indican cuál es la **conectiva principal o dominante**: son los paréntesis “(...)” y los corchetes “[...]”. El negador se antepone a una variable proposicional o a una fórmula y las restantes conectivas unen dos variables proposicionales, dos fórmulas o una variable proposicional y una fórmula.

LOS VALORES DE VERDAD

Toda proposición puede ser verdadera o falsa, y por lo tanto admite dos **valores de verdad**: “1” (V) y “0” (F). El valor de verdad de las fórmulas moleculares se halla a partir del valor de verdad de las variables proposicionales y conectores que la componen. Sólo hay **cinco operaciones lógicas con cinco conectores**. Podemos saber en qué casos una fórmula es verdadera y en cuáles es falsa aplicando las reglas de los conectores expresadas en tablas de verdad.

Regla de la negación: si un enunciado es verdadero su negación es falsa, y viceversa.

Regla de la conjunción: una conjunción es verdadera sólo si son verdaderos todos los enunciados simples que la componen y es falsa en cualquier otro caso.

Regla de la disyunción (inclusiva): una disyunción es verdadera si al menos una de los enunciados componentes es verdadero y falsa si todos los enunciados son falsos.

Regla del condicional: un condicional es verdadero en todos los casos excepto cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

Regla del bicondicional: un bicondicional es verdadero sólo cuando sus enunciados componentes tienen igual valor de verdad, es decir, sólo en el caso en que ambos son verdaderos o ambos son falsos.

Estas reglas pueden ser representadas en tablas de verdad:

negador	
p	¬ p
1	0
0	1

conjunción		
p	q	p ∧ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

disyunción		
p	q	p ∨ q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

condicional		
p	q	p → q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Bicondicional		
p	q	p ↔ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Se utilizan estas reglas para realizar las tablas de verdad de cualquier fórmula molecular. Para saber **cuántas filas de “1” (V) y “0” (F)** necesitamos, se eleva a dos el número de proposiciones que haya. Para combinar los valores de verdad se hace lo siguiente: en la primera columna se ponen “1” hasta la mitad y la otra mitad “0”, en la segunda proposición pondremos seguidos la mitad de la anterior de “1”, y la mitad de “0” seguidos, hasta terminar la columna, y así sucesivamente.

Una **tautología** se da cuando todos los valores de verdad de una proposición compuesta son verdaderos, en cualquier circunstancia siempre será verdadera. Una **contradicción** se da cuando todos los valores de verdad de una proposición compuesta son falsos, es una proposición sin sentido, bajo cualquier circunstancia siempre será falsa. Una **indeterminación** se da cuando los valores de verdad resultantes de una proposición compuesta son una mezcla de verdaderos y falsos. Un **razonamiento válido formalmente** es aquel en el que no puede darse el caso de que las premisas (todas ellas) sean verdaderas y la conclusión sea falsa. Una **falacia formal** se da en el caso de que todas las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa, ello significa que el razonamiento incumple una ley de deducción (Negación del antecedente. Si p, entonces q, no se da p; conclusión: no q. Afirmación del consecuente. Si p, entonces q, se da q; conclusión: p.)

LA DEDUCCIÓN NATURAL: REGLAS BÁSICAS DE INFERENCIA PROPOSICIONAL.

Las reglas de inferencia son normas que establecen un modo válido de operar para pasar de unas proposiciones a otras. Las reglas de inferencia se clasifican en reglas básicas y derivadas.

- Las **reglas básicas** son verdades por definición, definen conectivas y establecen los pasos a seguir para introducir o eliminar una conectiva.
- Las **reglas derivadas** se demuestran a partir de las reglas básicas.

Reglas de Eliminación	Reglas de Introducción
<i>Reglas básicas del condicional</i>	
1. Modus ponendo ponens $\frac{p \rightarrow q}{p} q$	2. Teorema de deducción $\frac{\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ q \end{array}}{p \rightarrow q}$
<i>Reglas básicas de la conjunción</i>	
3. Simplificación $\frac{p \wedge q}{p}$	4. Producto $\frac{p}{q} p \wedge q$
<i>Reglas básicas de la disyunción</i>	
5. Prueba por casos $\frac{\begin{array}{l} p \vee q \\ \left[\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ r \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{l} q \\ \vdots \\ r \end{array} \right] \end{array}}{r}$	6. Adición $\frac{p}{p \vee q}$ $\frac{q}{p \vee q}$
<i>Reglas básicas de la negación</i>	
7. Doble negación $\frac{\neg \neg p}{p}$	8. Reducción al absurdo $\frac{\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ q \wedge \neg q \end{array}}{\neg p}$